II Encuentro Matemático del Caribe
Universidad Tecnológica de Bolívar & Universidad del Sinú Seccional Cartagena
Septiembre 09 - 12, 2020, Cartagena de Indias - Colombia

Un método iterativo de punto medio tipo Newton en espacios de Banach

Tipo: Ponencia

Willy Sierra Arroyo *

Resumen

En esta charla haremos un breve resumen de algunos métodos iterativos que se han propuesto en el contexto de espacios de Banach, haciendo énfasis en un método de punto medio.

Palabras & frases claves: Métodos iterativos, espacios de Banach, métodos tipo Newton.

1. Introducción

Uno de los problemas más estudiados en análisis numérico es la aproximación de soluciones de ecuaciones no lineales de la forma

$$F(x) = 0,$$

donde $F : \Omega \subseteq X \to Y$ es un operador no lineal de un subconjunto abierto y convexo de un espacio de Banach X en un espacio de Banach Y: En este campo los métodos iterativos se han convertido en una de las herramientas mas útiles, el primero de estos métodos iterativos, el cual es una extensión del método de Newton a espacios de Banach y hoy es conocido como el método de Newton Kantorovich (NK), fue propuesto por L. V. Kantorovich en 1948, ver [1]. El método NK es definido por $x_{n+1} = x_n - F'(x_n)^{-1}F(x_n)$ with $x_0 \in \Omega$ dado. Desde el trabajo de Kantorovich son varios los métodos iterativos que han sido

*Universidad del Cauca, Colombia, e-mail: wsierra@unicauca.edu.co

propuestos en espacios de Banach, incluyendo entre ellos una versión del método de la secante, método de Halley, método de punto medio, entre otros. De especial interés es el método de punto medio propuesto en [2], el cual es definido como sigue:

$$\begin{cases} y_n = x_n - F'(x_n)^{-1}F(x_n) \\ \\ x_{n+1} = x_n - F'(\frac{x_n+y_n}{2})^{-1}F(x_n) \quad n \geq 0, \end{cases}$$

donde $x_0 \in \Omega \subseteq X$ es un punto dado. Siguiendo las ideas desarrolladas en [2] y otros trabajos similares, hacemos un análisis de convergencia semilocal para el método

$$\begin{cases} y_n = x_n - F'(\frac{x_{n-1}+y_{n-1}}{2})^{-1}F(x_n) \\ \\ x_{n+1} = x_n - F'(\frac{x_n+y_n}{2})^{-1}F(x_n) \quad n \geq 0, \end{cases} \tag{1}$$

donde $x_0 \in \Omega \subseteq X$ es un punto dado y $y_0 = x_0 - F'(x_0)^{-1}F(x_0)$, [3]. Probamos además que el método tiene orden de convergencia $1 + \sqrt{2}$.

En la charla haremos un recorrido por los diferentes métodos iterativos que han sido propuestos en el contexto de espacios de Banach, centrándonos en el método (1).

Referencias

[1] L. V. Kantorovich, On Newton's method for functional equations (Russian), Dokl Akad. Nauk., SSSR 59, 1237-1240, 1948.

[2] I. K. Argyros and D. Chen, The midpoint method for solving nonlinear operator equations in Banach space, Appl. Math. Lett., 5, (4), 7-9, 1992.

[3] E. Cárdenas, R. Castro, and W. Sierra, A Newton-type midpoint method with high efficiency index, To appear in J. Math. Anal. Appl. https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2020.124381