II Encuentro Matemático del Caribe
Universidad Tecnológica de Bolívar & Universidad del Sinú Seccional Cartagena
Septiembre 09 - 12, 2020, Cartagena de Indias - Colombia

Acerca de los potenciales gravitacionales de la Mecánica Celeste sobre espacios curvados

Tipo: Ponencia

Pedro P. Ortega Palencia*

Resumen

En esta charla se aborda el problema de extender el potencial gravitacional newtoniano más allá de los espacios euclídeos, y presentaremos dos variantes mejoradas de los potenciales que se han venido usando desde 1835 con los trabajos de Bolyai y Lobachevsky. Se muestra que las variantes aquí propuestas, conducen a una mayor riqueza en la dinámica del problema de los n-cuerpos, puesto que se simplifican considerablemente las ecuaciones de movimiento, y se hacen admisibles algunos tipos de configuraciones que no habian sido consideradas en la literatura existente.

Palabras & frases claves: Mecánica Celeste, Potencial Newtoniano, Potencial Cotangente, Curvatura Gaussiana.

1. Introducción

Con la publicación de los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural en 1687 por Isaac Newton, cambió por completo nuestra concepción del Universo. Unificar en unas pocas leyes y conceptos básicos una explicación analítica de los fenómenos que ocurren tanto en el cielo como en la Tierra, significó un salto enorme en la comprensión del mundo, y trajo consigo muchos avances científicos y tecnológicos que llegan hasta nuestros días. La mecanica newtoniana postula

*Universidad de Cartagena, e-mail: `portegap@unicartagena.edu.co`

que el espacio en el que interactúan gravitacionalmente los cuerpos es absoluto y euclídeo (curvatura gaussiana cero). La mecánica celeste sobre espacios con curvatura gaussiana constante y no nula, es un área de la mecánica clásica, que se originó en los trabajos que realizaron de manera independiente y casi simultánea, Janos Bolyai y Nicolas Lobachevsky a mediados de 1835 [3], en un intento de extender las leyes del movimiento de Newton más allá de $\mathbb{R}^3$, a los contextos determinados por la geometría hiperbólica (no euclidea), que había sido recientemente descubierta por ellos mismos en 1823 y 1826 respectivamente [1]. En esa búsqueda de analogías con el caso newtoniano, plantearon un problema de 2-cuerpos sobre la seudoesfera bidimensional inmersa en un espacio hiperbólico tridimensional, siguiendo la idea de la gravitación newtoniana, segun la cual, la fuerza de atracción entre dos partículas actúa a través de la geodésica (segmento de resta) que las une y de una magnitud que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al área de la esfera de radio igual a la distancia euclidiana entre los cuerpos. Esta sutil idea, establece una extraordinaria relación entre la física y la geometría, la cual ha resultado ser muy fructífera desde entonces. A pesar de la simplicidad para formular el problema curvado de los 2-cuerpos, una tarea sumamente dificil fue la de encontrar una forma analítica para el potencial, que extendiera de manera natural el potencial newtoniano, y de esta manera poder determinar las fuerzas actuantes entre los pares de partículas. En 1860, Paul Joseph Serret extendió la fuerza gravitacional a la esfera $\mathbb{S}^2$ y resolvió el correspondiente problema de Kepler [5]. Solo fue hacia 1870 cuando Erns Schering a partir de los trabajos de Bolyai y Lobachevsky, obtuvo una expresión analítica para el potencial cotangente [4]. Recientemente, ha renacido un interés creciente en el estudio del problema de los n-cuerpos sobre estos espacios. Para más detalles históricos y analíticos de los fundamentos de la mecánica celeste sobre espacios curvados puede consultarse [2].

Referencias

[1] Bolyai W., Bolyai J., Geometrische Untersuchungen, Hrsg. P. Stackel, Teubner, Leipzig-Berlin, 1913.

[2] Diacu, F: Relative Equilibria of the Curved n-body Problem, Atlantis Studies in Dynamical Systems, 2012.

[3] Lobachevsky, N. I., The new foundations of geometry with full theory of parallels [in Russian], 1835-1838, In Collected Works, V. 2, GITTL, Moscow, 1949, p. 159.

[4] Schering, E., Die Schwerkraft im Gaussischen Raume, Nachr. Konigl. Gesell. Wiss. Gottingen, 1870, 311-321.

[5] Serret, P.J, Theorie nouvelle geometrique et mecanique des lignes a double courbure, Mallet-Bachelier, Paris, 1860.