

## II Encuentro Matemático del Caribe

Universidad Tecnológica de Bolívar & Universidad del Sinú Seccional Cartagena

Septiembre 09 - 12, 2020, Cartagena de Indias - Colombia

---

### Resolución de problema: calcular algunos puntos de la Función de Cantor

Tipo: ponencia

LUIS ANDRÉS ROSSO CERÓN.\*

---

#### Resumen

Se resuelve el siguiente problema propuesto en la **Revista do Professor de Matemática, RPM-SBM No. 97**, *quadrimestre setembro-dezembro de 2018*.

Sea  $f$  una función definida en el intervalo  $[0, 1]$ , no decreciente en ese intervalo y tal que, para todo  $x$  en  $[0, 1]$ , se tiene:

1.  $f(0) = 0$ ;
2.  $f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{f(x)}{2}$ ;
3.  $f(x) + f(1-x) = 1$ .

Calcule:  $f\left(\frac{18}{2018}\right)$ ,  $f\left(\frac{4}{9828}\right)$ ,  $f\left(\frac{1}{7381}\right)$  y  $f\left(\frac{e}{\pi}\right)$ .

**Palabras & frases claves:** Función de Cantor, Resolución de Problemas.

#### 1. Introducción

El propósito inicial fue intentar calcular  $f\left(\frac{18}{2018}\right)$ . Esto condujo a encontrar algunas sucesiones de números en el intervalo  $[0, 1]$  que permitieron determinar,

---

\*Universidade Federal do Maranhão, e-mail: [luis.rosso@ufma.br](mailto:luis.rosso@ufma.br)

curiosamente, los valores de  $f\left(\frac{4}{9828}\right)$  y  $f\left(\frac{1}{7381}\right)$ . Estos dos últimos números se *calcularon*<sup>1</sup> a partir de la *estructura* de  $\frac{4}{9828}$  y  $\frac{1}{7381}$ , i.e., de una manera conveniente de escribirlos.

Infelizmente el propósito inicial no fue alcanzado a través de las sucesiones que él mismo suscitó. Por tanto, a la pregunta de que si ¿el número  $\frac{18}{2018}$ , o como veremos de forma equivalente  $\frac{1}{1009}$ , tiene alguna peculiaridad que lo haga “distinto”, en el sentido del cálculo de  $f\left(\frac{18}{2018}\right)$ , comparado con los números  $\frac{4}{9828}$ , y  $\frac{1}{7381}$ ?, no cabe otra respuesta: sí.

Resaltar dicha peculiaridad, mostrar cómo surgen tales sucesiones y entonces *deducir*<sup>2</sup> cuánto vale  $f\left(\frac{18}{2018}\right)$ , así como proporcionar otros valores de  $f$  en  $[0, 1]$ , serán los objetivos de esta ponencia.

## Referencias

- [1] *Revista do Professor de Matemática, RPM-SBM No. 97, ano 36. Sociedade Brasileira de Matemática, 3º quadrimestre de 2018.*
- [2] Chalice, D. R. “A Characterization of the Cantor Function.” *Amer. Math. Monthly* **98**, 255-258, 1991.

---

<sup>1</sup>Se entenderá por *calcular* el valor de  $f(x)$  cuando exista una fórmula explícita, *dependiendo exclusivamente* de  $x$ , que permita conocer su valor. Tal como sucede, por ejemplo, con la función  $f(x) = x - 1$ .

<sup>2</sup>*Deducir*  $f(x)$  significa la imposibilidad de *calcularlo directamente*, pero la posibilidad de conocer su valor a través de otros. Concretamente, cuando existan  $a, b \in [0, 1]$ , con  $a < b$ ,  $x \in [a, b]$  y  $f(a) = f(b)$ , tales que  $f(a)$  y  $f(b)$  o son calculados directamente o se conocen a partir de alguna propiedad de  $f$ .