

II Encuentro Matemático del Caribe

Universidad Tecnológica de Bolívar & Universidad del Sinú Seccional Cartagena
Septiembre 09 - 12, 2020, Cartagena de Indias - Colombia

Resolución de problema: calcular algunos puntos de la Función de Cantor

Tipo: ponencia

LUIS ANDRÉS ROSSO CERÓN.*

Resumen

Se resuelve el siguiente problema propuesto en la **Revista do Professor de Matemática, RPM-SBM No. 97**, *quadrimestre setembro-dezembro de 2018*.

Sea f una función definida en el intervalo $[0, 1]$, no decreciente en ese intervalo y tal que, para todo x en $[0, 1]$, se tiene:

1. $f(0) = 0$;
2. $f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{f(x)}{2}$;
3. $f(x) + f(1-x) = 1$.

Calcule: $f\left(\frac{18}{2018}\right)$, $f\left(\frac{4}{9828}\right)$, $f\left(\frac{1}{7381}\right)$ y $f\left(\frac{e}{\pi}\right)$.

Palabras & frases claves: Función de Cantor, Resolución de Problemas.

1. Introducción

El propósito inicial fue intentar calcular $f\left(\frac{18}{2018}\right)$. Esto condujo a encontrar algunas sucesiones de números en el intervalo $[0, 1]$ que permitieron determinar,

*Universidade Federal do Maranhão, e-mail: luis.rosso@ufma.br

curiosamente, los valores de $f\left(\frac{4}{9828}\right)$ y $f\left(\frac{1}{7381}\right)$. Estos dos últimos números se *calcularon*¹ a partir de la *estructura* de $\frac{4}{9828}$ y $\frac{1}{7381}$, i.e., de una manera conveniente de escribirlos.

Infelizmente el propósito inicial no fue alcanzado a través de las sucesiones que él mismo suscitó. Por tanto, a la pregunta de que si ¿el número $\frac{18}{2018}$, o como veremos de forma equivalente $\frac{1}{1009}$, tiene alguna peculiaridad que lo haga “distinto”, en el sentido del cálculo de $f\left(\frac{18}{2018}\right)$, comparado con los números $\frac{4}{9828}$, y $\frac{1}{7381}$?, no cabe otra respuesta: sí.

Resaltar dicha peculiaridad, mostrar cómo surgen tales sucesiones y entonces *deducir*² cuánto vale $f\left(\frac{18}{2018}\right)$, así como proporcionar otros valores de f en $[0, 1]$, serán los objetivos de esta ponencia.

Referencias

- [1] *Revista do Professor de Matemática, RPM-SBM No. 97, ano 36. Sociedade Brasileira de Matemática, 3º quadrimestre de 2018.*
- [2] Chalice, D. R. “A Characterization of the Cantor Function.” *Amer. Math. Monthly* **98**, 255-258, 1991.

¹Se entenderá por *calcular* el valor de $f(x)$ cuando exista una fórmula explícita, *dependiendo exclusivamente* de x , que permita conocer su valor. Tal como sucede, por ejemplo, con la función $f(x) = x - 1$.

²*Deducir* $f(x)$ significa la imposibilidad de *calcularlo directamente*, pero la posibilidad de conocer su valor a través de otros. Concretamente, cuando existan $a, b \in [0, 1]$, con $a < b$, $x \in [a, b]$ y $f(a) = f(b)$, tales que $f(a)$ y $f(b)$ o son calculados directamente o se conocen a partir de alguna propiedad de f .