II Encuentro Matemático del Caribe

Universidad Tecnológica de Bolívar & Universidad del Sinú Seccional Cartagena Septiembre 09 - 12, 2020, Cartagena de Indias - Colombia

Álgebras de grupo normales & un teorema de Amitsur

Tipo: (Ponencia)

Alexander Holguín Villa*

Resumen

Sea $\mathbb{F}G$ el álgebra de grupo del grupo G sobre el cuerpo \mathbb{F} con $car(\mathbb{F}) \neq 2$. Cualquier involución $*: G \to G$ puede extenderse \mathbb{F} -linealmente a una involución del álgebra de grupo $*: \mathbb{F}G \to \mathbb{F}G$. Una involución natural sobre G es la así llamada involución clásica, la cual es la inducida de la aplicación $g \mapsto g^{-1}$, para todo $g \in G$. Sea $\sigma: G \to \{\pm 1\}$ un homomorfismo no trivial de grupos, denominado orientación. Si $*: G \to G$ es una involución, una involución de grupo orientada \circledast de $\mathbb{F}G$ está dada por

$$\alpha = \sum_{g \in G} \alpha_g g \mapsto \alpha^{\circledast} = \sum_{g \in G} \alpha_g \sigma(g) g^*. \tag{1}$$

Una \mathbb{F} -álgebra R con involución \star es llamada normal si $rr^{\star} = r^{\star}r$, para todo $r \in R$, ver [3]. Los autores en [4] caracterizaron las álgebras de grupo $\mathbb{F}G$ normales con respecto a la involución de grupo orientada \circledast dada por (1), más aún se demuestra que tales condiciones coinciden con aquellas tales que el conjunto de elementos simétricos $(\mathbb{F}G)^+$ es conmutativo, [1, 2].

En esta charla mostraremos que si $\mathbb{F}G$ es \circledast -normal, i.e., si satisface la \circledast -identidad polinomial particular $\alpha\alpha^{\circledast}=\alpha^{\circledast}\alpha$ para todo $\alpha\in\mathbb{F}G$, entonces $\mathbb{F}G$ satisface el polinomio estándard en 4 variables $St_4(x_1,x_2,x_3,x_4)$, de manera directa sin hacer uso de un resultado clásico de Amitsur, [3, Teorema 6.5.1].

Palabras & frases claves: Involuciones, álgebras de grupo, anillos normales, identidad polinomial.

 $^{^*}$ Escuela de Matemáticas - Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga - Colombia e-mail: aholguin@uis.edu.co

Referencias

- [1] O. Broche Cristo, Commutativity of symmetric elements in group rings. J. Group Theory. 9 (2006):673-683.
- [2] O. Broche Cristo and C. Polcino Milies, Symmetric elements under oriented involutions in group rings. Comm. Algebra 34 (2006):3347-3356.
- [3] I. N. HERSTEIN, *Rings with involution*. The University of Chicago Press, Chicago, III.-London, (1976). Chicago Lectures in Mathematics.
- [4] A. HOLGUÍN-VILLA AND J. H. CASTILLO, Normal group algebras. Comm. Algebra (to appear).